Доказательство теорем 1–4 проводится с использованием свойств оператора Немыцкого [3, с. 213] и теорем вложения пространств Соболева [4]. Отметим, что из теорем 1, 3 следует, что операторы A, D являются псевдомонотонными.

Т е о р е м а 5. *Пусть* $f \in V^*$, *выполнены условия* (2)–(4). *Тогда*

1) *если* $p > 3$, *то неравенство* (5) *имеет решение при любом* q;

2) *если* $p = 3$, *то неравенство* (5) *имеет решение при всех* q, *удовлетворяющих условию* $|q| < q_1 = k_0/k_3$;

3) *если* $1 < p < 3$, *то для любого* $\delta > 0$ *найдется* $q_\delta > 0$, *такое, что задача* (5) *имеет решение при условиях* $\|f\|_{V^*} \leqslant \delta, \quad |q| < q_\delta$.

Справедливость теоремы 4 доказывается с использованием свойств операторов, входящих в вариационное неравенство (5), установленных в теоремах 1–4, а также теорем 8.1 и 8.2 [2, с. 258, 262].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Мифтахов Р.Н.* Численное моделирование моторики тонкой кишки // Современные проблемы биомеханики, 1989. Вып. 5. С. 147-183.

2. *Лионс Ж.-Л.* Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. М.: Мир, 1972. 588 с.

3. *Вайнберг М.М.* Вариационные методы исследования нелинейных операторов. М.: Гостехиздат, 1956. 344 с.

4. *Соболев С.Л.* Некоторые применения функционального анализа в математической физике. Л.: Изд-во ЛГУ, 1950. 255 с.

БЛАГОДАРНОСТИ: Работа поддержана грантами РФФИ 12-01-00955, 12-01-97026, 12-01-31515, 13-01-00908.

Badriev I.B., Banderov V.V., Zadvornov O.A. GENERALIZED STATEMENT OF EQUILI-BRIUM PROBLEM FOR SOFT BIOLOGICAL SHELL

The equilibrium problem for the soft biological shell (small intestine) is consided. The biological shell is simulated by the soft network shell, shells formed by two families of intersecting reinforcing filaments in the longitudinal and radial directions. The generalized formulation of the problem as a variational inequality with pseudomonotone operators is given. The solvability of variational in-equalities is examined.

Key words: soft biological shell; mathematical model; variational inequality; pseudomonotone operator; existence theorem.

УДК 517.929

О РАЗРЕШИМОСТИ НА ОСИ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ

© А.С. Баландин

Ключевые слова: разрешимость; дифференциально-разностное уравнение; устойчивость.

Получено представление решения одного автономного дифференциально-разностного уравнения на оси. Для этого уравнения связаны задача разрешимости на оси с задачей устойчивости на полуоси.

Пусть $\mathbb{R}=(-\infty,+\infty)$, $\mathbb{R}_+=[0,+\infty)$; $\mathbb{N}_0=\{0,1,2,\ldots\}$, $\mathbb{C}$ — пространство комплексных чисел; , $D(E)$ — пространство абсолютно непрерывных на множестве E функций с естественной нормой.

Рассмотрим дифференциально-разностное уравнение:

$$\dot{x}(t)+\sum_{k=1}^{n} a_k x(t-h_k)=0, \quad t\in\mathbb{R}, \tag{1}$$

где $a_k\in\mathbb{C}$, $h\in\mathbb{R}_+$. Обозначим $D_0(\mathbb{R})=\bigl\{x\in D(\mathbb{R})\colon \lim\limits_{t\to-\infty} x(t)=0\bigr\}$.

Под *решением* уравнения (1) будем понимать функцию $x\in D_0(\mathbb{R})$, удовлетворяющую уравнению (1) почти всюду на $\mathbb{R}$.

Свойства решения уравнения (1) тесно связаны со свойствами асимптотического поведения решения следующей задачи

$$\begin{aligned} &\dot{X}(t)+\sum_{k=1}^{n} a_k X(t-h_k)=0, \quad t\in\mathbb{R}_+,\\ &X(\xi)=0, \quad \xi<0,\\ &X(0)=1, \end{aligned} \tag{2}$$

и ее характеристического квазимногочлена

$$g(p)=p+\sum_{k=1}^{n} a_k e^{-ph_k}. \tag{3}$$

Заметим, что решение задачи (2) называют *фундаментальным решением*, а расположение нулей квазимногочлена (3) характеризует асимптотику решения задачи (2).

Известна [1, с. 451] асимптотика корней данного квазимногочлена. В частности, множество всех корней счетно, все корни отделены друг от друга, в любой полуплоскости $\operatorname{Re}p>\gamma$, $\gamma\in\mathbb{R}$, у данного квазимногочлена конечное количество корней. Поэтому в пространстве параметров $\{a_1,\ldots,a_n,h_1,\ldots,h_n\}$ выделяются области G_m ($m\in\mathbb{N}_0$), в которых квазимногочлен (3) имеет ровно m корней справа от мнимой оси, корни считаются с учетом их кратности.

Т е о р е м а 1. *Пусть точка* $\{a_1,\ldots,a_n,h_1,\ldots,h_n\}\in G_m$. *Тогда:*

1) *размерность пространства решений уравнения* (1) *равна* m;

2) *решение уравнения* (1) *имеет вид*

$$x(t)=\sum_{k} Q_k(t)e^{p_k t},$$

где сумма берется по всем нулям p_k ($\operatorname{Re}p_k>0$) *квазимногочлена* (3), Q_k — *многочлены с произвольными коэффициентами и степенью на единицу меньше кратности корня* p_k.

Результаты теоремы 1 особенно интересны в случае, когда параметры уравнения (1) попадают в область G_0. Это позволяет установить эквивалентность между однозначной разрешимостью уравнения (1) на оси и устойчивостью уравнения (2) на полуоси.

Т е о р е м а 2. *Следующие утверждения эквивалентны:*

1) *уравнение* (1) *имеет в* $D_0(\mathbb{R})$ *только тривиальные решения;*

2) *параметры уравнения* (1) *принадлежат области* G_0;

3) *фундаментальное решение* (2) *имеет неотрицательный характеристический показатель:*

$$\varlimsup_{t\to+\infty}\frac{\ln|X(t)|}{t}\leqslant 0.$$

Для уравнений (1) с небольшим числом параметров область G_0 допускает аналитическое и графическое описание. В этих случаях применение теоремы 2 оказывается особенно эффективным.

П р и м е р 1. Пусть в уравнении (1) $n=1$. Приведем условия однозначной разрешимости в $D_0(\mathbb{R})$ уравнения

$$\dot{x}(t) = -ax(t-h), \quad t \in \mathbb{R}. \tag{4}$$

С л е д с т в и е 1. *Уравнение* (4) *имеет в* $D_0(\mathbb{R})$ *только тривиальное решение тогда и только тогда, когда параметры* $a=|a|e^{i\psi}$ *и* h *таковы, что* $-\frac{\pi}{2} \leqslant \psi \leqslant \frac{\pi}{2}$, $0 \leqslant |a|h \leqslant \frac{\pi}{2} - |\psi|$.

П р и м е р 2. Пусть в уравнении (1) $n=2$, $h_1=0$. Приведем условия однозначной разрешимости в $D_0(\mathbb{R})$ уравнения

$$\dot{x}(t) = -ax(t) - bx(t-h), \quad t \in \mathbb{R}, \tag{5}$$

где $a, b \in \mathbb{R}$.

С л е д с т в и е 2. *Уравнение* (5) *имеет в* $D_0(\mathbb{R})$ *только тривиальное решение тогда и только тогда, когда параметры* ah *и* bh *таковы, что* $-ah \leqslant bh \leqslant \frac{\theta}{\sin\theta}$, *где* θ — *наименьший положительный корень уравнения* $ah = -\theta \operatorname{ctg}\theta$, $0 \leqslant \theta < \pi$.

Область G_0 для примера 1 получена в [2], для примера 2 в [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Беллман Р., Кук К.* Дифференциально-разностные уравнения. М.: Мир, 1967.

2. *Рехлицкий З.И.* Об устойчивости решений некоторых линейных дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом в банаховом пространстве // ДАН СССР. 1956. Т. 111. № 1. С. 29-32.

3. *Андронов А.А., Майер А.Т.* Простейшие линейные системы с запаздыванием // Автоматика и телемеханика. 1946. Т. 7. № 2, 3. С. 95-106.

БЛАГОДАРНОСТИ: Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 13-01-96050).

Balandin A.S. ON SOLVABILITY SOME CLASSES OF DIFFERENTIAL-DIFFERENCE EQUATIONS ON THE LINE

The solution of some differential-difference equations on the line is obtained. For this equations the solvability on the line problem is associated with stability on the half-line problem.

Key words: differential-difference equations; solvability; stability.

УДК 515.12

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ОДНОЙ ТЕОРЕМЫ МАГИЛЛА СО СЛУЧАЯ КОМПАКТОВ НА СЛУЧАЙ СОВЕРШЕННЫХ (= КОМПАКТНЫХ) ОТОБРАЖЕНИЙ

© **И.В. Блудова**

Ключевые слова: совершенное (компактное) отображение; гомеоморфизм.

В 1968 г. Магилл доказал (неявно), что компакты X и Y гомеоморфны тогда и только тогда, когда частично упорядоченные множества всех их непрерывных отображений на компакты изоморфны. Эта теорема распространяется на компактные (= совершенные) отображения в категориях треугольных и четырехугольных коммутативных диаграмм непрерывных отображений.